March 2016

ELS 구조, 헤지 및 시장영향

환율 KIKO 상품과 주식 조기상환 형 ELS 상품

Agenda

	Page
Option and Delta Hedge	**1**
■ Taylor Expansion and Sensitivity measurements	
■ Greeks	
■ Underlying Asset 관련 Greeks 와 Hedge	
Knock-In , Knock-Out 옵션과 Hedging (KIKO 옵션)	7
Digital 옵션과 Hedging (조기 상환형 ELS 상품)	12
Discussions	19

Taylor Expansion & Sensitivity Measurements

- Taylor Expansion
  - Infinitely differentiable 한 복잡한 형태의 함수는 다음과 같은 형태의 power series 로 expansion 됨

$$f(x)-f(a)=\frac{f'(a)}{1!}(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+\frac{f^{(3)}(a)}{3!}(x-a)^3+\cdots$$

위 식으로부터 특정 parameter 가 a 에서 x 값으로 변동할 경우 함수 값의 변화량은 위와 같이 a 값에서의 n차 미분 값들의 term 으로 분해가 가능함. 일반적으로 위 expansion 식은 설명력이 높은 1, 2차 미분 term 까지 사용하는 경우가 많음.

$$f(x)-f(a)\approx\frac{f'(a)}{1!}(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2$$

- Sensitivity Measurements 와 Taylor Approximation
  - 위의 Taylor Expansion 을 통한 Approximation 식을 활용할 경우, 1차 미분 항은 parameter 의 변동분 $(x-a)$ 에 대한 비례상수로, 2차 미분 항은 변동분의 제곱 $(x-a)^2$ 에 대응되는 비례상수로 사용됨.
  - 일반적으로 위의 1차 혹은 2차 미분 값이 일반적으로 Sensitivity Measurements 역할을 하며, 이 값들은 parameter 의 변동분 혹은 변동분의 제곱항까지로 실제 리스크인 상품의 가격변동분 $(f(x)-f(a))$ 을 분리해서 표시함.
  - 각 parameter 에 대한 1차 (2차) 미분 값들을 일반적인 파생상품에선 Greek Letters (Greeks) 라 칭함

Greeks 정의

- 1차 미분값 Greeks
  - Taylor Expansion 을 이용한 근사식의 비례상수들 중 각 parameter 의 1차 미분 값에 해당하는 Greeks 는 다음과 같음

  - Delta Δ

    Underlying Asset 가격에 대한 금융 상품 가격의 1차 민감도

    $$\Delta = \frac{\partial f}{\partial S} \qquad (S : \text{Underlying Asset Price})$$

  - Theta Θ

    경과 시간에 대한 금융 상품 가격의 1차 민감도

    $$\Theta = \frac{\partial f}{\partial T} \qquad (T : \text{Time})$$

  - Vega υ

    변동성에 대한 금융 상품 가격의 1차 민감도

    $$\upsilon = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \qquad (\sigma : \text{Volatility})$$

  - Rho ρ

    시장이자율에 대한 금융상품 가격의 1차 민감도

    $$\rho = \frac{\partial f}{\partial r}$$

Greeks 정의

- 2차 미분 Greeks
  - 1차 미분 항까지만 사용한 Taylor Expansion 근사식은 다음과 같음

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a)$$

  - 위의 근사식은 일반적인 경우 a 값과 아주 가까운 x 값들에 대해서만 큰 오차 없이 approximation 가능함. 즉, 금융상품의 가격에 영향을 주는 parameter 들 가운데 그 움직임이 크고, 금융상품 가격에도 영향을 많이 주는 경우엔 위 1차 미분항 만으로 sensitivity 를 표현하는 것이 부족한 경우가 대부분임
  - 일반적으로 금융상품에 영향을 주는 parameter 들 중에서 매일 매일의 움직임이 가장 큰 parameter 는 Underlying 가격인 S 임. 이로 인해, S 에 대한 민감도는 2차 미분항까지 사용해서 Sensitivity 를 표현하며 이를 Gamma Γ 라 함.

Gamma Γ

Underlying Asset 가격에 대한 금융상품의 2차 민감도

$$\Gamma = \frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$$

Underlying Asset Price 관련 Greeks와 Hedge

- Delta Hedge
  - 시장 상황의 변동으로 금융 상품 가격 변동이 왔을 때, 보유 portfolio 의 가격변동을 줄이기 위해 Hedge 포지션을 구축함
  - 일반적으로 hedge 를 시행하는 경우 시장에서 가장 움직임이 활발하고 가격에 영향력도 높은 Underlying Asset 에 대한 Hedge 를 가장 먼저 고려하며, 가장 기본적인 Underlying Asset 가격에 대한 hedge 방안을 Delta Hedge 라 함
  - Underlying Asset 가격을 제외한 나머지 parameter 들을 고정시키면 Taylor 1차 근사식은 아래와 같이 표시됨

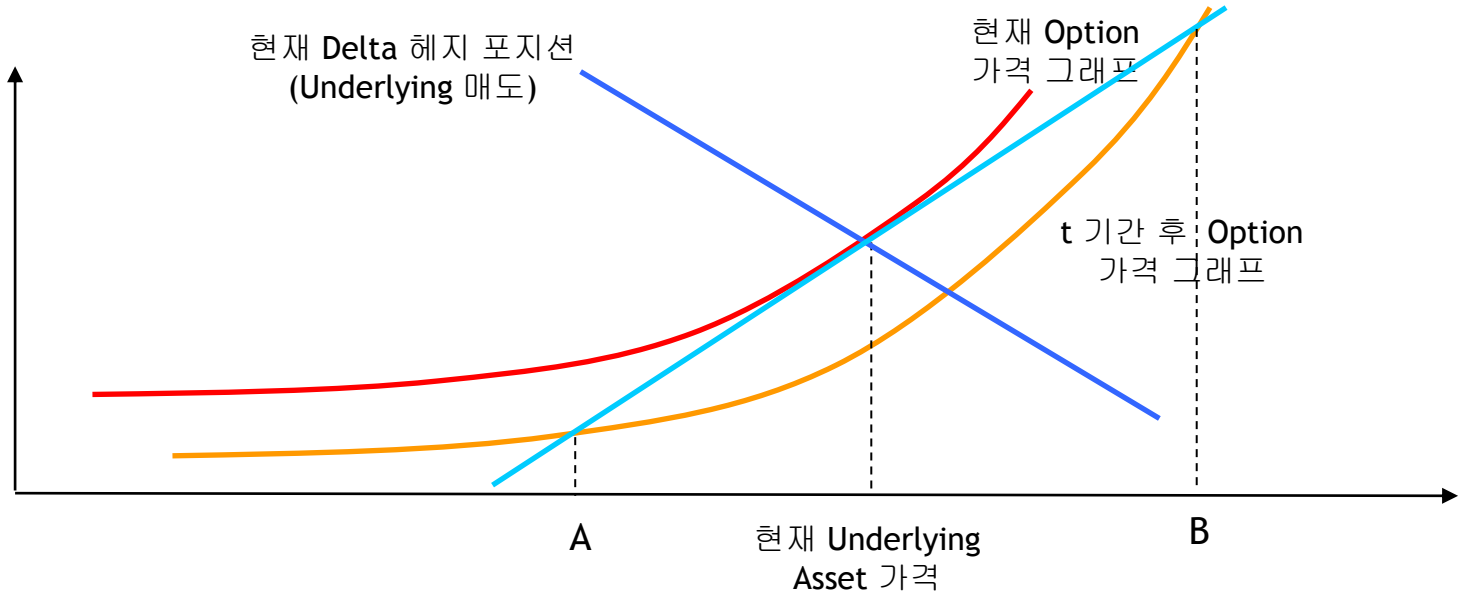
    $$f(x)-f(a)\approx\frac{\partial f}{\partial S}(a)\cdot(x-a)$$

    결국 Underlying Asset 가격 변화 $x-a$ 로 인한 금융 상품 가격 변화 $f(x)-f(a)$ 의 근사치는 Delta 만큼 Underlying Asset 을 보유하는 포지션의 가격변화와 같음.

    Delta 민감도만을 이용한 근사치 개념에서 hedge 방안은 근사식의 기울기 만큼의 Underlying Asset 을 매수 혹은 매도하는 것이며 이를 Delta Hedge 라 함

Underlying Asset Price 관련 Greeks와 Hedge

- Delta hedge and Theta, Gamma PL
  - Delta Hedge 시행 시 옵션과 같은 non-linear PL 을 주는 상품은 다음과 같은 Gamma 및 Theta PL 이 발생함 (Call 옵션 매수 포지션과 Delta Hedge 가정)



그림과 같이 아래로 볼록한 포지션의 경우 시간이 지나면서 보유 포트폴리오 가치가 떨어지면서 Theta Loss 가 발생함. 대신 아래로 볼록한 포지션의 경우엔 델타 헤지를 시행하면 시간의 흐름을 가정하지 않은 상태에서 Underlying Asset 가격이 상승 혹은 하락함으로써 발생하는 PL 은 항상 + 가 되며, 그 크기는 Underlying Asset 가격이 많이 움직일수록 커짐. 결국 non-linear 포트폴리오를 보유한 트레이더는 Delta Hedge 를 통해 방향과 무관하게 Underlying Asset 의 움직임의 크기로 PL 이 발생하는 포지션을 구축하게 됨.

(위로 볼록인 경우엔 거꾸로 Theta Profit 이 생기고 Gamma Loss 가 발생하므로 Underlying Asset 가격이 조금 움직일수록 이익이 발생함)

Agenda

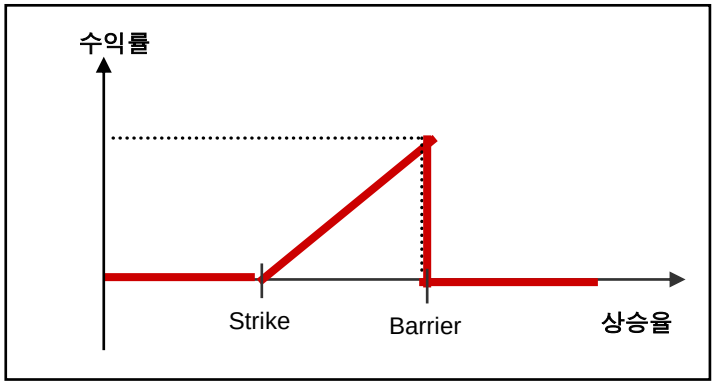
	Page
Option and Delta Hedge	1
Knock-In , Knock-Out 옵션과 Hedging (KIKO 옵션)	**7**
■ Barrier Option	
■ KIKO 옵션과 Parameters	
■ KIKO 옵션의 Hedge 와 시장영향	
■ 효율적인 KIKO 옵션의 관리	
Digital 옵션과 Hedging (조기 상환형 ELS 상품)	12
Discussions	19

Barrier Option

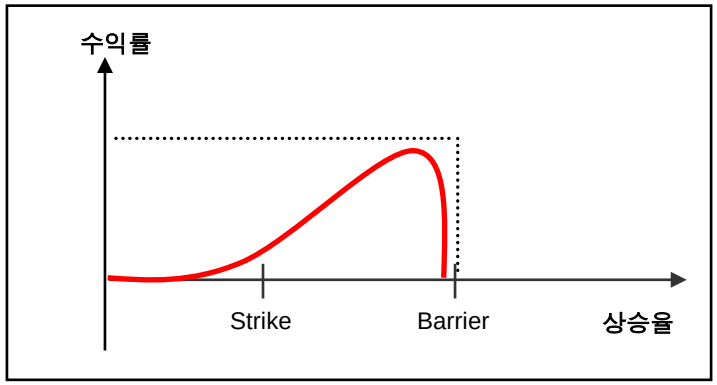
- Barrier Option의 특성 (Single Barrier 위주로 설명)
  - 수익구조

    Single Barrier Option 은 일반적인 Plain 옵션의 수익구조가 해당 기간동안 한번이라도 특정 Barrier 를 치면 없어지거나 (Out Barrier Option) 혹은 생기는 (In Barrier Option) 임

만기 수익률 곡선 (Up and Out Call)



옵션 가격 그래프 (up and Out Call)



  - Double Barrier Option

    Double Barrier Option 은 위에서 설명한 Barrier 가 두개 존재하는 옵션으로 최근 유행했던 환 옵션 중 KIKO (Knock-In Knout- Out) 옵션에 내재되었던 옵션임

Barrier Option

- Barrier Option 과 Greeks (Delta, Gamma, Vega)
  - Delta

    Barrier 옵션은 Plain Call, Put 옵션에 Barrier 라는 특이한 성질이 추가된 옵션으로 초기 델타는 일반 Plain 옵션과 동일하게 Call 은 + Put 은 - 부호를 띠게 됨

    앞의 옵션 가격 그래프에서 관찰되듯이 Out Barrier 옵션의 Delta 값은 Barrier 근처로 갈수록 급격히 반대 부호로 변하며, 만기일에 가까울수록 그 기울기의 절대값은 급격히 증가해서 이론적으론 무한에 가까운 값을 가질 수 있음.
  - Gamma

    앞의 옵션 가격 그래프에서 나타나듯이 Digital Option 과 마찬가지로 위로 볼록, 아래로 볼록이 모두 상존하는 옵션임. 볼록 성을 나타내는 Gamma 값의 절대값은 만기가 얼마남지 않은 상황에서 Barrier 레벨 근처에 Underlying Price 가 있을 경우 기하 급수적으로 증가해서 관리자에게 큰 위험을 가져다 줄 수 있음
  - Vega

    Barrier 옵션의 경우 Underlying 변동성과의 관계에 다음의 두 가지 측면이 있음

    - 일반 Plain Option 과 같이 Underlying 변동성이 증가하면 행사 시 행사 금액의 기대치가 커지므로 Underlying 변동성과 옵션가격 간에 양의 상관관계 존재

    - Out Barrier 의 경우엔 Underlying 변동성이 커지면 옵션의 효력을 무효화 시키는 Barrier touch 가능성이 증가하므로 Underlying 변동성과 옵션가격 간에 음의 상관관계 존재

    위 두 요인의 상충 효과로 실제 Out Barrier 옵션은 Barrier 의 위치에 따라 옵션가격을 maximize 하는 변동성 최적치 σ^* 가 존재하고, 변동성이 그 값에서 멀어질수록 옵션 가격은 감소함

KIKO Option 수익구조

- 일반적인 KIKO 옵션의 구조
  - 수익구조 (아래의 상 하한은 한번만 터치하면 효력이 발생하는 Barrier 옵션 형태임)

    KIKO 옵션 매입 고객은 특정 구간 안에 환율이 머무를 경우 고객은 다음과 같은 이익을 봄

    하한 (Down Barrier) ~ Strike : Strike 레벨에 달러를 팔 수 있는 권한을 가짐

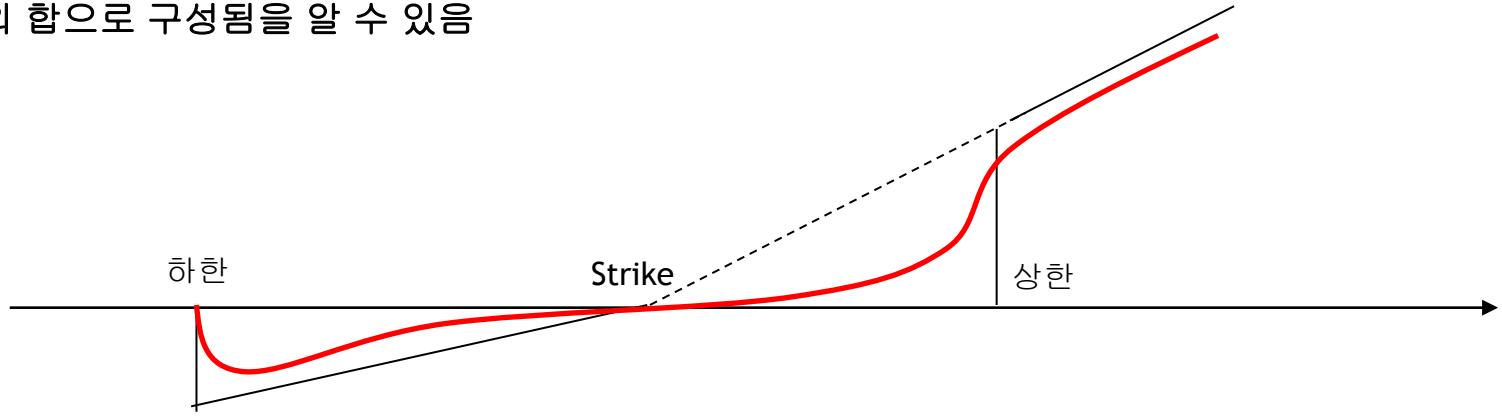
    Strike ~ 상한 : Strike 보다 높은 레벨인 해당 환율 레벨로 달러를 팔 수 있음

    단, 위의 하한 ~ 상한을 벗어난 경우엔 다음과 같은 손실이 발생함

    하한보다 낮은 경우 : Strike 레벨에 달러를 팔 수 있는 권한이 상실

    상한 보다 높은 경우 : Strike 레벨에 달러를 팔아야 함

⇨ **KIKO 옵션은 특정 Knock-In 옵션과 Knock-Out 옵션의 조합임. 일반적으로 국내에서 거래된 KIKO옵션을 분석하면 Knock-Out Put 옵션 하나와 Up-In & Down-Out Call Option (Double Barrier)의 합으로 구성됨을 알 수 있음**



<국내에서 주로 거래된 KIKO 옵션의 은행쪽 Payoff 및 옵션가격>

KIKO Option Hedge 와 시장영향

- KIKO 옵션의 Delta Hedge
  - 은행쪽 Delta Hedge 포지션

    기본적으로 은행은 KIKO 옵션의 거래를 통해 환율이 상승하면 이익을 보는 구조이므로 기본적인 Delta 헤지는 USDKRW 매도를 통해 하게 됨. 단, 하한 Barrier 부분에 다가가면 순간적으로 Delta 헤지 포지션이 매수 포지션으로 바뀌기도 함. (일반 Barrier 옵션과 동일)
  - Delta 포지션의 조정과 시장영향

    앞의 은행쪽 포지션의 Payoff 구조를 살펴보면 USDKRW 매도 델타의 수준은 일반적으로 큰 변화는 없으나 상한 (Knock-In) 레벨에 다가갈수록 매도량이 크게 증가하는 것을 볼 수 있음. 매도량의 증가는 시장에서 환율의 상승 속도를 저하 시키는 요인으로 작용함. 단, 이렇게 증가하던 매도 물량은 상한 (Knock-In) 레벨을 touch 하는 순간 급격히 매도 델타 물량이 줄어들게 됨. 이때 순간적으로 대량의 매수 주문이 발생하게 되어 환율의 급상승을 유발함. 그 이유는 Touch 를 하는 순간엔 더 이상 Barrier 옵션이 아닌 일반 Call 옵션과 동일한 Payoff 를 가지게 되므로 리스크가 급격히 줄어들게 되기 때문임.
  - Knock-In Knock-Out level touch 시의 시장 유동성과 Hedge 관리의 어려움

    이론적으로 Knock-In 이나 Knock-Out 레벨 근처에서 델타 관리를 연속시간에 대해 꾸준히 진행할 수 있다면 Knock-In 이나 Knock-Out 의 관리가 딱히 어려울 이유는 없음. 그러나 실제 시장은 이론적으로 가정한 시장과는 큰 차이가 있음. 예를 들어 만기가 얼마 남지 않은 경우 Knock-In 레벨 Touch 직전에 환율이 위치하는 경우, 이론적으로 Notional의 수배에 달하는 델타 물량의 매도를 했다가 Knock-In 레벨을 touch 하는 순간 그 레벨에 매도했던 델타 물량의 상당부분 (Notional 정도의 금액만 남기고) 을 순간적으로 매수해야 하는데, 실제 시장에서 큰 물량의 매수 주문을 하는 경우 한 호가에 주문 체결이 불가능하며, 특히 환율이 급상승 하고 있는 경우엔 이론적인 델타 조정과 실제 시장에서의 델타 조정에 괴리가 크게 발생하게 되어 Hedge 관리자는 추가적인 손실을 입게 됨.

Agenda

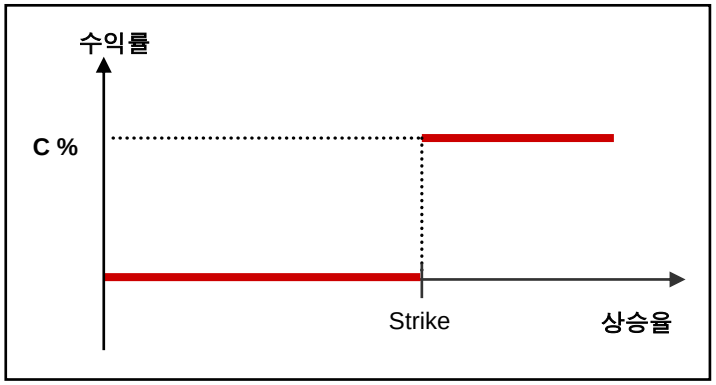
	Page
Option and Delta Hedge	1
Knock-In , Knock-Out 옵션과 Hedging (KIKO 옵션)	7
Digital 옵션과 Hedging (조기상환형 ELS 상품)	**12**
■ Digital Option	
■ 조기상환형 ELS 상품과 Parameters	
■ 조기 상환형 ELS 의 Hedge 거래의 성질과 시장에의 영향	
■ 효율적인 조기상환형 ELS 상품의 관리	
Discussions	19

Digital Option

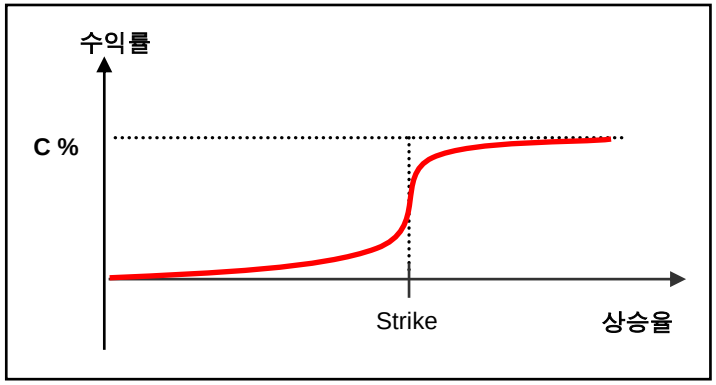
- Digital Option 의 종류 및 특성
  - Digital Option 의 특성

    Digital Option 은 특정 시점에 (European) 혹은 특정시점 동안 (American) 특정 레벨 (Strike) 을 touch 하거나 넘어서는지에 따라 정해진 수익률 (C %) 을 지급하는 옵션임

만기 수익률 곡선 (Digital Call)



옵션 가격 그래프 (European)



  - American Digital Option

    계약 기간동안 Underlying 수익률이 Strike 레벨을 한번이라도 Touch 하면 만기에 정해진 수익률을 지급하는 옵션

  - European Digital Option

    만기에 Underlying 수익률이 Strike 레벨보다 위 (Call 의 경우) 이거나 아래 (Put 의 경우) 에서 종료되면 정해진 수익률을 지급하는 옵션

Digital Option

- Digital Option 과 Greeks (Delta, Gamma, Vega)
  - Delta

    Digital Option 은 앞의 옵션 가격 그래프에서 알 수 있듯이 Digital Call 옵션의 경우 Delta 는 항상 양의 값을 가지며, Put 옵션의 경우 Delta 는 항상 음의 값을 가짐
  - Gamma

    Digital Option 의 경우 위로 볼록 혹은 아래로 볼록 성을 의미하는 Gamma 의 경우 Strike 근처에서 감마의 부호가 바뀌는 현상이 발생함. 예를 들어 앞의 그림에서 예를 든 European Digital Call 옵션의 경우 특정 레벨 아래에서는 아래로 볼록, 특정레벨 위에서는 위로 볼록한 곡면성을 가짐. 즉, Digital 옵션은 옵션의 특성상 어느 특정 레벨에서 수익률이 급 상승하는 현상이 발생하며, 이로 인해 옵션 자체의 Gamma 값이 Underlying Asset 레벨에 따라 + 값과 - 값을 모두 취할 수 있는 특성이 있음
  - Vega

    American Digital Option 은 기간 중 한번이라도 Strike 를 touch 하면 수익률을 제공하는 옵션이므로 Underlying Asset 의 변동성이 클수록 옵션이 행사될 가능성이 높아짐.

    European Digital Option 은 기간 중 touch 여부와는 무관하게 만기 시점의 Underlying Asset 가격의 위치에 따라 수익률이 결정되므로 다음의 성질을 가짐

    ITM (In The Money) European Digital Option

    ITM 인 경우엔 현재 위치가 종가까지 유지만 되도 수익률을 얻는 위치이므로 변동성이 클수록 Option 매수자에게 불리하게 됨. 즉, 변동성이 커질수록 옵션 가격이 싸짐.

    OTM (Out of The Money) European Digital Option)

    OTM 의 경우는 지금 현재 레벨에서 종료되면 수익률을 얻지 못하므로 크게 움직일수록 Option 매수자에게 유리함. 즉, 변동성이 커질수록 옵션 가격이 비싸짐.

조기상환 형 ELS (ELF) 상품의 수익구조

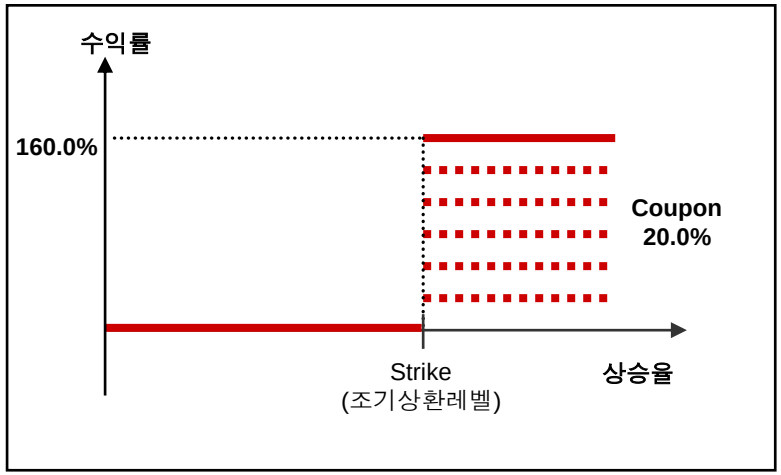
- Two Stock 조기상환형 상품 수익구조
  (One Stock 이나 Two Stock 모두 동일한 형태의 구조이므로 Two Stock 상품 구조를 설명)

  - 두개의 주가 중 Minimum 값에 수익이 연동
  - 조기상환 결정일 마다 두개의 주가 중 Minimum 값이 특정 조기상환 레벨 위에 있을 경우 정해진 수익률을 고객에게 지급하고 해당 시점에서 상품이 종료됨
  - Down Barrier 라고 불리는 원금 손실 가능 레벨이 있고, 계약일로부터 만기일까지 두개의 주가 중 Minimum 값이 한번도 Down Barrier 이하로 내려간 적이 없으면 만기일까지 조기상환 조건을 충족하지 않아도 원금은 보장됨
  - 원금 손실 Event 가 발생하는 경우, 고객은 만기일 두개의 주가 중 Minimum 값이 계약일 주가 레벨에서 빠진 % 만큼 원금 손실이 발생함
  - 최근 상품의 변형으로 위의 원금 손실 Event 가 발생하지 않으면 원금 보장 뿐만 아니라 Dummy 라 불리는 추가 수익을 주는 구조가 활발히 거래되고 있음
  - 변형 상품 중 Up Barrier 가 있는 상품은 두개의 주가 중 Minimum 값이 계약일에서 만기일까지 한번이라도 Up Barrier 이상이 되는 경우, Up Barrier 이상이 된 날에서 가장 가까운 조기상환 결정일에 조기상환 조건 충족 여부와 관계 없이 고객은 정해진 수익률을 받고 강제 조기상환 됨
  - 일반적인 시뮬레이션 결과 고객이 원금이 보장되는 확률이 80% 가 넘는 비교적 안정적인 상품이지만, 고객의 원금 손실이 발생되는 경우 그 손실액이 큰 고 위험 상품임

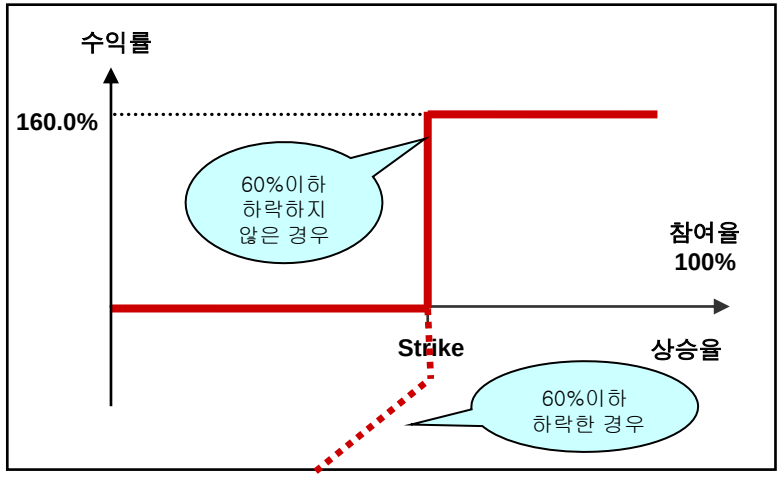
조기상환 형 ELS (ELF) 상품의 수익구조

- Two Stock 조기상환형 상품 수익구조 (Cont'd)
  - 3년 기간 6개월마다 조기상환 기회, 연 20% 수익률에 Down Barrier 60%, Dummy Coupon 은 없는 상품의 예

매 6개월마다 조기상환 조건



만기 Payoff



  - Up Barrier 가 있는 경우엔 위 그림에 추가적으로 Up Barrier 를 치는 경우 바로 다음 회차 조기상환 결정 일에 연 20% 수익률에 기초한 수익을 고객에게 지불하고 조기종료 됨

조기상환 형 ELS (ELF) 의 가격 및 수익률과 변동성 및 Correlation 관계

- 기초자산의 변동성, Correlation 과 조기상환 형 ELS 의 수익률
  - 조기상환 형 ELS 상품이 원금 보장 가능성이 매우 높은 상품임에도 불구하고 고 Coupon 을 지급할 수 있는 이유는 확률이 작은 원금 손실이 발생했을 경우 그 손실 규모가 일반적으로 크기 때문임
  - 결국 조기상환 형 ELS 상품에서 수익률이 높아지기 위해서는 조기상환 될 가능성도 적고, 고객의 원금손실 가능성이 높아지는 경우임
  - 기초자산 변동성의 관점에선 일반적으로 조기상환 레벨 및 원금 손실 레벨이 계약일 기초자산 지준 가격 대비 낮은 레벨에 존재하게 되므로, 기초자산의 변동성이 높을수록 현재 주가에서 멀어질 확률이 높아지므로 조기상환이 안될 확률 및 원금 손실이 발생할 확률이 높아지게 됨

    ⇨ 변동성이 높은 기초자산을 선택할수록 ELS 수익률이 높아짐
  - 두 기초자산의 Correlation 도 상품의 수익률에 큰 영향을 미침.

    - 기본적으로 조기상환 형 ELS 상품이 두 기초자산의 Minimum 값으로 수익률이 결정
    - 두 기초자산의 변동성이 정해져 있을 때, 두 기초자산의 Minimum 값은 Correlation 이 낮을 수록 낮은 가격에 있을 확률이 커짐.
    - Correlation 이 높을수록 두 주가는 같은 방향으로 움직이는 성향이 커지고, 그런 경우엔 두 주식의 Minimum 값은 같은 방향으로 움직이는 성향 때문에 Correlation 이 낮은 경우보다 작은 값을 가질 확률이 줄어들게 됨
    - Minimum 값의 경우엔 두 주식이 다른 방향으로 움직이는 경우가 많을수록 두 주식의 평균 레벨보다 아래에 존재할 확률이 높아지므로 결국 Correlation 이 낮을수록 Minimum 값은 낮은 레벨에 있을 확률이 높아짐

조기상환형 ELS 상품은 변동성이 높을수록, Correlation 이 낮을수록 높은 수익률을 보장함

조기상환 형 ELS (ELF) 의 헤지 거래의 성질과 시장에의 영향

- ELS 헤지 거래
  - ELS 상품의 판매자는 ELS 상품을 판 이후 고객의 수익률을 맞추기 위해 헤지 거래를 시행함
  - 기본적으로 ELS 상품 판매자는 상품 가격이 오르면 고객에게 정해진 수익 율을 맞춰줘야 하고 상품 가격이 크게 떨어지는 경우 고객의 원금 손실이 발생하여 판매자에겐 이익이 발생하는 구조임. 결국 이 상품에 대한 델타 헤지 포지션은 항상 기초자산 매입 포지션이 됨
  - ELS 상품 판매자의 기본적인 헤지 방향은 기초자산 가격이 빠지면 기초자산을 추가 매수하고 기초자산의 가격이 오르면 매도를 하는 일종의 물타기 + 수익 확정 형태의 거래를 하게 됨 (Long Gamma Trading)
  - 위와 같은 헤지 방향은 기초자산의 가격이 초기 설정 가격 대비 크게 빠지지 않으면 계속 유지됨. 단, 기초자산 가격이 크게 빠진 경우엔 위와 반대 방향으로 주가가 빠지는 경우에 매도, 오르는 경우에 매수를 하는 거래로 바뀜 (Short Gamma Trading)
  - 위와 같이 Gamma 방향이 바뀌는 현상은 앞에서 설명한 Digital 옵션의 성질을 조기 상환형 ELS 상품이 보유하고 있기 때문임
  - 결국 기초자산 가격에 폭락이 없는 일반적인 경우에선 헤지 트레이더는 가격 하락 시 매수를, 가격 상승 시 매도를 하게 되어 해당종목의 변동성을 감소시키는 방향으로 거래를 시행하게 되고, 가격이 많이 하락했을 경우엔 반대 방향의 매매로 해당종목의 변동성을 증가시키는 방향으로 거래를 시행하게 됨.

시장에 발행된 ELS 가 많은 종목은 높은 가격에선 변동성 하락이 낮은 가격에선 변동성 상승 현상이 나타남

Agenda

	Page
Option and Delta Hedge	1
Knock-In , Knock-Out 옵션과 Hedging (KIKO 옵션)	7
Digital 옵션과 Hedging (조기상환형 ELS 상품)	12
Discussions	**19**

Exotic 옵션의 위험구간 관리와 Greeks

- Exotic 옵션의 Hedge 와 Greeks
  - 최근의 Exotic 옵션은 앞에서 언급한 Barrier 옵션이나 Digital 옵션의 Payoff를 기반으로 설계되고 있음
  - 위 옵션들은 발행 초기에는 일반 Plain 한 옵션 대비 상대적으로 큰 Risk 를 지니지는 않음.
  - 단, 위와 같은 옵션들은 특정 시점, 특정 지점에서 일반 Plain 옵션이 가지지 않는 Jump 형태의 Payoff 로 인해 엄청난 크기의 Gamma 값을 가지게 됨.
  - 이런 특수 경우에 발생하는 Gamma 값은 사실상 관리가 불가능 하며, 실제로 순간적으로 발생하는 값이므로 Hedge Trader 의 입장에선 Hedge 관리를 하면 오히려 문제가 발생하는 경우가 많음.
  - 경험상 특수 경우에 발생하는 Gamma risk 는 Plain 옵션을 통한 Hedge 를 시행하기 보다는 유연한 델타 포지션을 통해 아래와 같이 해결하는 것이 바람직해 보임.

    1) KIKO 옵션의 경우

    Barrier Level 근처에서 발생하는 큰 델타 값의 변화 (Gamma Risk)를 당시 시장상황에 맞춰 유연하게 측정해 줘야 함. 이론적으로 계산되는 델타 값은 아주 작은 Underlying 가격의 변화에 대한 이론적인 옵션 가격의 변화이므로 아주 작은 변화에도 dynamic 하게 Hedge 가 가능한 경우에만 적용 가능한 값들임. 실제 시장의 움직임이 충분히 안정적일 경우엔 위 델타 값의 변화가 의미 있는 역할을 해낼 수 있지만, 시장이 크게 움직이는 경우엔 델타 값의 미세 Hedge 조정이 불가능함. 이런 경우엔 실제 Greeks (Delta) 자체도 큰 구간에 대해 Approximately 구한 값이 더 의미가 있고 실제 Hedge Performance 도 좋은 경우가 많음. (이때 구간 크기 선택의 alternative의 한 예로는 당시 시장에서 한번 Swing 시 움직이는 환율의 변동 폭이 될 수 있음.)

Exotic 옵션의 위험구간 관리와 Greeks

2) 조기 상환형 ELS 상품의 경우

Digital Strike Level 근처에서 발생하는 Delta 및 Gamma Risk 에 대한 Hedge 는 앞에서 언급한 Barrier 레벨 근처의 Risk 보다 그 영향력이 더 큰 것이 일반적임. 앞의 Barrier 옵션의 경우와 마찬가지로 Digital 옵션의 경우에도 엄청난 크기의 Greeks 값들은 순간적인 값임. 결국 이 경우도 Delta 를 제외한 Greeks Hedge 는 추가적인 위험을 가져올 수 있음. 결국엔 적절한 Delta 값을 통해 Risk Hedge 를 하는 수 밖에 없음. 앞에서 언급했던 적절하게 큰 구간을 통한 Greeks 완화와 Hedge 도 한 방법이 될 수 있으며, 특히 조기상환형 ELS 상품의 경우엔 조기상환일 직전 일에 Strike 레벨이 있는 경우 엄청난 Risk 가 발생하므로 당일 Delta 금액으로 이 Risk 를 해결하기는 역부족임. 이런 경우엔 특정 조건에서 발생하는 Risk 에 대해 Penalty 를 적용해서 이를 특정 수준에 도달하기 한참 전부터 반영하는 방법이 가장 효율적임. 예를 들어 Strike 레벨로 접근하는 방향으로 Underlying Asset 이 움직이는 경우 실제 델타에 스트라이크 레벨로 가는 경우 추가적인 수익이 나는 additional delta 값을 산정해서 Risk 값이 커지는 경우 사용할 수 있는 Buffer 를 벌어 나가는 수 밖에 없음.

- Exotic Option 과 Overhedge

  위에서 언급한 방법들 중 위험한 특정 구간으로 접근할 경우 약간의 추가 비용과 추가적인 Delta 관리를 통해 Risk Buffer 를 자동적으로 쌓아나가게 하는 방법 중 가장 손쉽게 사용할 수 있는 방법이 Overhedge 방법임. 대표적으로 Barrier 옵션의 경우 Barrier Shift 방법을, Digital 옵션의 경우 Call Spread 로의 변환을 주로 사용함.

- FDM 방법과 Overhedge

  FDM 방법은 Underlying 가격을 격자로 나누는 특성 때문에 기본적으로 Digital Option 및 Berrier 옵션의 설계 시 불가피하게 일종의 Overhedge 나 Underhedge 형태로 평가하게 됨. 이 부분은 Trader 가 Greek 관리 시 숙지해야 하는 부분임

Exotic 옵션의 Risk 와 상품 설계

- 최근의 Exotic 옵션의 Risk 증대와 완화책
  - 최근의 Exotic 옵션들은 고객의 과대한 수익률 요구로 인해 엄청난 크기의 Digital 옵션이나 Barrier 옵션이 주를 이루고 있음
  - 이런 상품의 경우 관리자 및 투자자 모두 실제 이론가격 보다 inferior 한 조건에서 투자 및 hedge performance 결과를 얻을 수 밖에 없음
  - 특히 수익률이 높은 European Digital 형태의 옵션은 만기에 Strike 근처에 존재할 경우 상품의 특성상 존재하는 행사 불확실성으로 인해 관리자에게 부담스러운 Greeks 관리를 요구할 수 밖에 없음
  - 결국 이러한 상품의 문제점을 극복하기 위해서는 이런 상품을 대체하면서 특정 레벨에서 만기에 다가올수록 행사 가능성의 판단이 확실한 상품의 설계가 절실해 보임
  - 대체 상품 예

    조기상환이라는 상품의 형태는 기존에 나왔던 파생상품의 구조 중에서 개인적으로 판단할 때 가장 획기적이고 매력적인 구조임. 현재 조기상환형 ELS 상품의 문제점은 Onetime Digital 형태로 수익이 결정 나는데 있음. 이런 구조는 투자자에게 높은 수익률을 제공할 수 있는 매력은 있으나 앞에서 언급했듯이 관리자와 투자자 모두 이론적으로 분석하기 힘든 Risk 가 내포되어 있음. 결국 향후 상품의 구조는 조기상환 조건은 유지하는 대신 onetime digital 수익 형태를 상당부분 Smoothing 시킬 수 있는 형태로 바뀌어야 함. Smoothing 방법의 예로는 onetime 조건을 기간 average 로 바꾸는 방법이 있을 수 있으며 (현재의 3일 평균보다 긴), 또는 현재의 European digital 형태를 특정 관찰 기간동안만 행사되는 partial American Digital 형태로 바꾸면 투자자의 입장에서 종가 관리의 피해를 보는 경우도 줄어들 것임